# MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROCESSO DE SECAGEM SOLAR DE ABACAXI

**Julia Souza SANTOS**[1], **Camila Nicola Boeri DI DOMENICO**[2]

[1]Departamento de Ciências Agrárias
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – *Campus* Francisco Beltrão
Francisco Beltrão – Paraná - Brasil

[2]Departamento Acadêmico de Física, Estatística e Matemática
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – *Campus* Francisco Beltrão
Francisco Beltrão – Paraná - Brasil

E-mails: juliasantos.2019@alunos.utf.edu.br, camiladomenico@utfpr.edu.br

***Resumo:*** *A secagem ao sol é uma técnica valiosa para conservar alimentos e outros produtos naturais, principalmente em áreas com muita radiação solar e baixa umidade relativa do ar. No entanto, para obter um produto seguro e de alta qualidade, é importante realizar uma secagem adequada e garantir boas práticas de higiene e, neste sentido, os modelos matemáticos desempenham um papel importante porque ajudam a descrever e prever como o processo de secagem se comportará sob diferentes condições ambientais e de projeto. Neste sentido, esta pesquisa teve como objetivo realizar a modelagem matemática dos dados de secagem solar de abacaxi, com dados experimentais obtidos de estudos prévios publicados em fontes científicas confiáveis. Foram avaliados os modelos de Henderson e Pabis e o Wang e Sing. Foi realizada uma análise estatística dos resultados para selecionar o modelo que melhor representa o processo de secagem solar do abacaxi, sendo analisados através do coeficiente de determinação, erro médio relativo e estimado, apresentando diferenças entre si, com o modelo de Wang e Sing apresentando* $R^2$ *de 0,9977 e o modelo de Henderson e Pabis* $R^2$ *de 0,9161.*

**Palavras-chave:** *Energia solar; Desidratação; Frutas; Simulação.*

## INTRODUÇÃO

A secagem é um processo físico que consiste na eliminação de água por evaporação, de modo a melhorar a conservação de um produto (FERREIRA, 2005), na área de alimentos ela é utilizada principalmente para grãos, ervas, frutas, vegetais, entre outros produtos, que quando expostos à radiação emitida pelo sol são secos de forma direta ou difusa aumentando sua conservação. É uma técnica tradicional e natural que é utilizada há séculos para conservar alimentos, a desidratação propicia uma maior vida útil dos alimentos na prateleira,

pois evita a proliferação de microrganismos, impedindo que se estraguem, além de manter suas propriedades nutricionais originais (ALMEIDA; LIMA; SOUZA, 2016).

No processo de secagem solar, os secadores utilizam a energia gerada pelo sol transformando-a em energia térmica para elevar a temperatura do ar e diminuir a umidade relativa do alimento. Com base nos estudos de Monteiro e Azeredo (2012) o ar que participa deste processo é o meio de secagem dos alimentos, sendo ele o mais comumente utilizado, conduz calor ao alimento, promovendo a evaporação da água, além de ser o veículo no transporte do vapor úmido a partir do alimento e para o alimento, o que melhora a evaporação da água dos alimentos.

O século XXI chegou com enormes desafios para a humanidade, figurando entre eles o objetivo de garantir que a crescente demanda por energia seja suprida de forma segura, sem comprometer a qualidade de vida das futuras gerações (COPEL *et al.*, 2014, p. 14). A busca por energias renováveis vem aumentando cada vez mais para que não ocorra o esgotamento dos recursos naturais que geram impactos ambientais, a secagem solar se destaca nesse tópico por não fazer uso de combustível ou eletricidade.

Em geral, a secagem ao sol é uma técnica valiosa para conservar alimentos e outros produtos naturais, principalmente em áreas com muita radiação solar e baixa umidade relativa do ar. No entanto, para obter um produto seguro e de alta qualidade, é importante realizar uma secagem adequada e garantir boas práticas de higiene e, neste sentido, os modelos matemáticos desempenham um papel importante porque ajudam a descrever e prever como o processo de secagem se comportará sob diferentes condições ambientais e de projeto.

A modelagem matemática, na área de secagem, é feita através da aplicação de equações que descrevem a interação entre a umidade e o tempo, resultando numa análise detalhada e individual para cada produto e podendo observar a eficiência de tais secadores. Esses modelos matemáticos podem incluir diferentes variáveis, parâmetros, funções e relacionamentos.

Neste sentido, o objetivo deste trabalho é analisar diferentes modelos matemáticos para descrever a cinética de secagem de dados experimentais da secagem solar do abacaxi.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A secagem solar é um método amplamente utilizado para a conservação de alimentos, incluindo frutas tropicais como o abacaxi, já que uma vantagem da secagem é que o alimento processado por essa técnica não necessita de refrigeração durante o armazenamento e transporte (MELONI, 2003) por ela envolver a remoção de umidade do alimento inibindo o crescimento microbiano, o que prolonga sua vida útil e mantém suas características nutricionais e sensoriais.

Segundo Barbosa (2011) o desenvolvimento de equipamentos que utilizam a energia solar de maneira eficiente e tendo baixo custo passou a ter importância nos duas atuais, mas a eficiência do processo de secagem depende de fatores climáticos, como temperatura, umidade relativa, vento, a própria radiação solar e a geometria do sistema de secagem.

Por meio da modelagem matemática é possível otimizar o processo de secagem solar e descrever quantitativamente as mudanças de massa e teor de umidade do abacaxi durante o processo de secagem solar, bem como estimar a duração e as condições ideais para alcançar um produto seco de alta qualidade, diferentes modelos têm sido propostos para descrever esse processo, eles são baseados em princípios físicos e empíricos e podem ser classificados como modelos analíticos, semiempíricos e empíricos.

Na literatura da área, diversos trabalhos são encontrados que utilizam a modelagem matemática para processos de secagem solar de frutas, tais como a secagem da semente da andiroba estudada por Mendonça (2015) que utiliza o modelo Logarítmico e o de Midilli et al.; modelos aplicados a secagem solar da goiaba por Lins (2021) onde a autora ajusta os dados experimentais aos modelos de Page, Henderson e Pabis, Lewis, Cavalcanti Mata e Thompson; modelagem baseadas na 2ª equação de Fick e na 2ª de Fourier aplicadas na secagem da banana em secador de coluna estática por Costa (2008); Machado (2020), que cita os modelos que obtiveram os melhores resultados na secagem solar da jabuticaba, sendo eles o de Henderson e Pabis Modificado e Dois termos, ambos com coeficiente de determinação acima de 0,980 e Coelho (2019) que demonstra como o modelo de Dois Termos se ajusta à secagem solar direta da banana cv. Terra. No entendimento da secagem de diferentes materiais autores como Midilli, Kucuk, Yapar (2002) propõe um novo modelo de secagem em camada úmida aplicado à secagem de sólidos e Corrêa (2007) tratando da

determinação e modelagem das curvas de secagem da pimenta em uma certa variação de temperatura tinham objetivo de prever as taxas de secagem de grãos, alimentos e biomassa e estimar seu coeficiente de difusão.

Por ser um campo de estudo interdisciplinar, a modelagem matemática é aplicada em diversos trabalhos de distintos autores pela sua forma de representar, analisar e resolver dados experimentais, são ferramentas valiosas na engenharia de secagem, ajudando a fornecer uma base sólida para previsão, otimização e controle de processos, economizando tempo e recursos, melhorando a qualidade do produto e aumentando a eficiência dos processos industriais.

## METODOLOGIA

Nesta seção, será detalhado o passo a passo para a realização do estudo, desde a coleta dos dados experimentais até a análise estatística dos resultados.

### Coleta dos dados experimentais

Os dados experimentais foram retirados do artigo de Gomes (2015) e comparados com modelos matemáticos citados no artigo de Silva (2013) e Machado (2020), os testes foram feitos no período da primavera e verão de 2014 na Paraíba apresentando cinco testes onde apenas o primeiro foi escolhido para essa observação já que atingiu a menor umidade em 1200 minutos.

### Modelos matemáticos

Para a análise dos dados de secagem solar do abacaxi, foram utilizados os modelos matemáticos semiempíricos de secagem de Wang e Sing (1978), descrito pela equação (1) e Henderson e Pabis (1961), mostrado na equação (2):

$$RU = 1 + a \times t + b \times t^2 \quad (1)$$

$$RU = a \times e^{-k \times t} \quad (2)$$

em que RU é a razão de umidade, adimensional; t é o tempo de secagem, h; k é constante de secagem, h-1; a, b são coeficientes dos modelos.

Os valores de RU e t, utilizados nos ajustes, foram obtidos no próprio artigo através dos dados experimentais.

**Ajuste dos modelos aos dados experimentais:**

O ajuste dos modelos foi feito a partir de regressão não linear utilizando o algoritmo de Levenberg-Marquardt com o auxílio do software Statistica 7 (2004).

**Análise estatística dos resultados:**

As análises estatísticas que foram utilizadas para validar e classificar os melhores modelos foram feitas baseadas no artigo de Gomes (2015), através do coeficiente de determinação ($R^2$) para avaliar o desempenho dos modelos na representação do comportamento da secagem do abacaxi, a magnitude do erro médio relativo (P), equação (3) e do erro médio estimado (SE), apresentado na equação (4).

$$P = \frac{100}{n} \Sigma \frac{|Y - \hat{Y}|}{Y} \quad (3)$$

$$SE = \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \hat{Y})^2}{GLR}} \quad (4)$$

onde, Y é valor observado experimentalmente; $\hat{Y}$ é o valor calculado pelo modelo; $n$ o número de observações experimentais, e GLR os graus de liberdade do modelo (número de observações menos o número de parâmetros do modelo).

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Observando a etapa de ajustes dos modelos, que foi feita a partir de regressão não linear utilizando o algoritmo de Levenberg-Marquardt com o auxílio do software Statistica 7 (2004), obteve-se os coeficientes de determinação, os erros médios relativos e o estimado mostrados na Tabela 1. É possível comparar os resultados obtidos nesta pesquisa com os resultados de Gomes (2015), em que o autor utilizou o modelo de Page e o de Lewis, como mostrado na Tabela 2.

Tabela 1 - Coeficiente de determinação R², Erros médio relativo (P) e estimado (SE), para os modelos testados na secagem do abacaxi.

| Modelo | R² (%) | P (%) | SE (DECIMAL) |
|---|---|---|---|
| Wang e Sing | 99,77 | 1,11 | 0,00670 |
| Henderson e Pabis | 91,61 | 8,53 | 0,21 |

Fonte: Autoria Própria (2023)

Com base nos estudos de Mohapatra (2005), um bom ajuste de modelo deve apresentar o erro médio relativo (P) inferior a 10 %, com isso acabamos notando a maior efetividade do modelo Wang e Sing, mas em geral, as amostras tiveram um bom erro médio relativo (P) e estimado (SE).

As análises do coeficiente de determinação (R²) da Tabela 1 e Tabela 2 atingiram valores relativamente bons, principalmente os modelos Wang e Sing e Page que ficaram muito próximos de 1 comparando os coeficientes encontrados no trabalho de Gomes (2015) e os encontrados na análise do modelo.

Tabela 2 - Coeficiente de determinação dos modelos usados por Gomes (2015)

| Modelo | R² (%) |
|---|---|
| Lewis | 98,22 |
| Page | 99,65 |

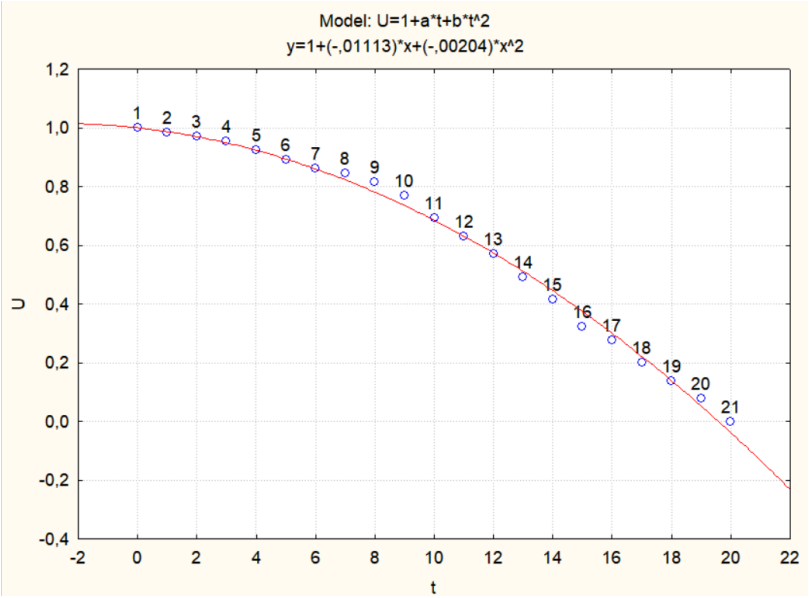
Fonte: Autoria Própria (2023)

O modelo de Wang e Sing foi escolhido por conter apenas uma variável independente e a de Henderson e Pabis com duas variáveis e a presença de um exponencial. O primeiro modelo pôde explicar melhor os dados em uma análise de secagem de berinjela, fruto com alta umidade assim como o abacaxi, feita por Silva (2022), já o segundo foi escolhido por ser uma modificação da equação de Fick muito utilizada na engenharia de secagem de materiais sólidos em processos de secagem em estufas e secadores.

As simulações obtidas com os modelos ajustados são mostradas nas Figuras 1 e Figura 2, nelas conseguimos observar o valor calculado pelo modelo que foi utilizado para o cálculo de P e conforme observado, o modelo de Wang e Sing foi o que mais apresentou

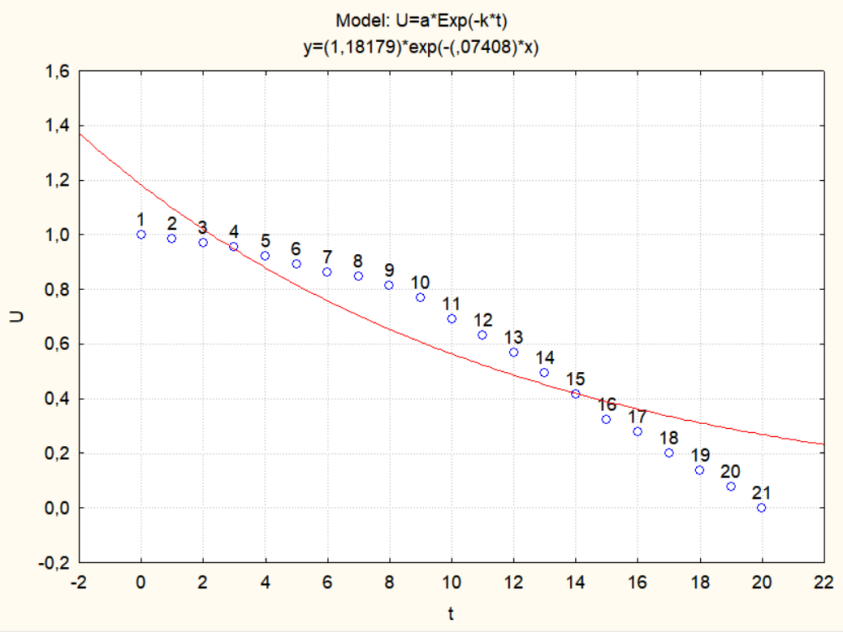
o maior ajuste satisfatório, já o de Henderson e Pabis apresentou o coeficiente de determinação mais baixo e o erro médio estimado muito alto, fazendo com que o erro médio relativo fique acima do valor de referência.

Figura 1 - curva de secagem do abacaxi com o modelo Wang e Sing




Fonte: Autoria Própria (2023)

Figura 2 - curva de secagem do abacaxi com o modelo de Henderson e Pabis




Fonte: Autoria Própria (2023)

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A modelagem matemática dos dados de secagem solar de abacaxi é uma ferramenta valiosa para a indústria alimentícia, permitindo a previsão e otimização do processo de secagem. A aplicação de diferentes modelos matemáticos permite selecionar aquele que melhor descreve o comportamento do abacaxi durante o processo de secagem solar. Assim, com base nas modelagens realizadas percebe-se que o modelo de Wang e Sing apresenta resultados mais satisfatórios com base nas análises de coeficiente de determinação e erro médio.

O modelo de Wang e Sing apresentou coeficiente de determinação de 0,9977 e erro médio de 1,11% sendo bem satisfatório visto que os valores de referência são 1 e 10%, mesmo com o coeficiente menos, não tão preciso o modelo de Henderson e Pabis se manteve dentro do aceitável de 0,9161 e erro de 8,53% ainda sim permanecendo dentro dos parâmetros. É possível afirmar que a modelagem matemática contribui para o desenvolvimento de tecnologias mais eficientes e sustentáveis de conservação de alimentos e mostra dados promissores para futuros trabalhos, com posterior aplicação na elaboração e/ou preparo de produtos alimentícios.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, I. B. DE; LIMA, M. A. A.; SOUZA, L. G. M. DE. Desenvolvimento de secador solar construído a partir de material reciclável. *Holos*, v. 4, p. 197–205, 9 set. 2016.

ANDRÉ, Romisio Geraldo Bouhid et al. Identificação de regiões pluviometricamente homogêneas no estado do Rio de Janeiro, utilizando-se valores mensais. *Revista Brasileira de Meteorologia*, v. 23, p. 501-509, 2008.

BARBOSA, J. R. P. Estudo da viabilidade de uso de secadores solares fabricados com sucatas de luminárias, Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFRN, Natal, RN, 2011.

COELHO, Bruno Emanuel Souza et al. Ajuste de modelos matemáticos a curva de secagem da banana cv. Terra com uso de energia solar térmica sob exposição direta. *Revista Craibeiras de Agroecologia*, v. 4, n. 1, p. 7688, 2019.

COPEL et al. Energias renováveis: políticas públicas e planejamento energético. Curitiba, PR: 2014. 303 p

CORRÊA, Paulo C. et al. Modelagem matemática para a descrição do processo de secagem do feijão (Phaseolus vulgaris L.) em camadas delgadas. *Engenharia Agrícola*, v. 27, p. 501-510, 2007.

COSTA, Antonio Raimundo da Silva. Sistema de secagem solar para frutos tropicais e modelagem da secagem de banana em um secador de coluna estática. 2008.

DANTAS, Alessandra Raquel et al. Construção e utilização de secadores solares para avaliação de desempenho na desidratação de frutas tropicais. 2019.

EULER, Leonhard. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae, p. 128-140, 1741.

FALCAO FILHO, Ronaldo dos Santos et al. Produção de passas de talo de abacaxi pérola por processo osmo-solar. 2011.

FERREIRA; CANDEIAS, M. SECAGEM SOLAR DE FRUTOS E PLANTAS AROMÁTICAS. *Revista de Ciências Agrárias*, Nova Oeiras, n., p.363-370, 1 set. 2005.

GOMES, Ítalo de Andrade et al. Desenvolvimento experimental de um secador solar de frutas com aproveitamento multienergético. 2015.

HENDERSON, S. M.; PABIS, S. Grain drying theory I: temperature effect on drying coefficient. *Journal of Agricultural Engineering Research*, v. 6, n. 3, p. 169-174, 1961.

LINS, Bárbara Valéria Pereira et al. Modelos de predição aplicados a cinética de secagem solar da goiaba. *Research, Society and Development*, v. 10, n. 11, p. e519101119761-e519101119761, 2021.

MACHADO, Henrique G, Di Domenico, Camila N. B et al. Modelagem matemática dos dados de secagem solar da jabuticaba, XXV Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica da UTFPR, 2020

MELONI, P.L.S. Desidratação de frutas e hortaliças, Instituto de Desenvolvimento da Fruticultura e Agroindústria – Frutal, Sindicato dos Produtores de frutas do Estado do Ceará – Sindifruta, Fortaleza, CE, 2003

MENDONÇA, Andreza P. et al. Determinação das curvas de secagem das sementes de andiroba em secador solar. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, v. 19, p. 382-387, 2015.

MIDILLI, ADNAN; KUCUCK, HAYDAR; YAPAR, Z. É. YA Um novo modelo para secagem em camada única. *Tecnologia de secagem*, v. 20, n. 7, pág. 1503-1513, 2002.

MOHAPATRA, D.; RAO, P. S. A thin layer drying model of parboiled wheat. *Journal of Food Engineering*, v.66, p.513-18, 2005. http://dx.doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2004.04.023

MONTEIRO, H.; AZEREDO, C. DE. Alimentos. n. January, 2012.

STATSOFT, Inc. (2004). STATISTICA (data analysis software system), version 7. www.statsoft.com

SILVA, Jessica Raiane Barbosa da et al. Cinética de secagem da Berinjela (Solanum Melongena L.) em estufa. *Research, Society and Development*, v. 11, n. 4, p. e34111427319-e34111427319, 2022.

SILVA, Tiago Soares da. Estudo de um secador solar fabricado apartir de sucata de tambor de polietileno. 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

WANG, C.Y.; SING, R.P. Use of variable equilibrium moisture content in modeling rice drying. *ASAE Paper*, p. 78-6505, 1978.